

# 无摩擦网状阀片环臂的计算

西安交通大学 潘树林 林霖 束鹏程

上海第一压缩机厂 何东平 ✓

TH134

**A 摘要** 建立了无摩擦网状阀片环臂物理模型,并用该模型求出了环臂的挠曲线方程、刚度及等效质量,并用第三强度理论分析了环臂的应力状况,为网状阀的设计提供了必要的依据。

**关键词** 网状阀 变形能 形状函数 等效质量 第三强度理论

阀片

## 1 引言

网状阀相对环状阀而言,具有许多优点,如整个阀片起落一致,相同直径时,网状阀可以加工成通道数较多和宽度较小的环,从而使阀片的升程较小,周长、阀隙面积较大,流量系数较高;采用平面弹簧,可以降低升程限制器的高度,保证进气阀本身的余隙容积较小;采用缓冲片和缓冲弹簧,能减少撞击应力,增加寿命,尤其是无摩擦网状阀特别适合于无油润滑压缩机。因此,在国外生产的活塞式压缩机中,网状阀被广泛采用。网状阀在国内研究得不多,应用也不广,在设计无摩擦网状阀时,阀片环臂的弹力及等效质量,只凭经验估计。本文采用能量法、瑞利法等有关理论,对环臂的刚度、等效质量作了较精确的求解,并应用第三强度理论,对环臂的应力进行了分析,从而使网状阀的设计更有根据、更精确。

## 2 环臂物理模型的建立

本文分析的是几种应用较广泛的无摩擦网状阀片,如图1所示。

由于图1(a)、(b)环臂两端A、B及图1(c)中B端接头截面较环臂横截面大得多,因此可假定为刚性接头,同时假定阀片不作倾侧运动,故可得环臂AB的物理模型如图2所示。图2中坐标系: $n$ 为法线方向, $T$ 为切线方向, $z$ 为环臂平面的垂直方向,其中 $P_r$ 、 $M_{\theta n}$ 、 $M_{\theta r}$ 分别为B处的约束力或力矩, $\alpha$ 为环臂AB所对应的圆心角, $R$ 为环臂中心线半径。根据上述假设,可得截面A、B的转角 $\theta_{An}=\theta_{Bn}=\theta_{Ar}=\theta_{Br}=0$ 。A处位移 $f_A=0$ 。

## 3 环臂挠曲线方程的建立

先利用能量法,采用卡氏定理,求得环臂B处的约束弯矩 $M_{\theta n}$ 、约束扭矩 $M_{\theta r}$ 。

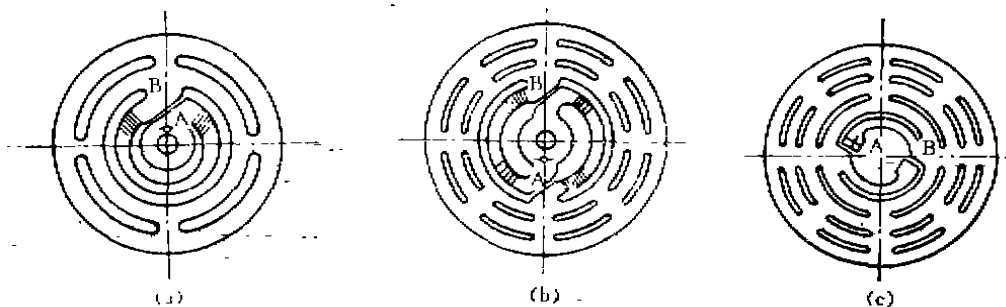


图1 无摩擦网状阀片

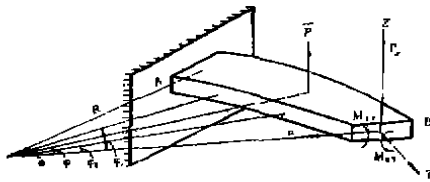


图2 环臂的物理模型

由图2所示的物理模型, 可得角 $\varphi$ 处的弯矩和扭矩如下:

$$M_x(\varphi) = M_{r,x} + P_x R \sin \varphi \quad (1)$$

$$M_r(\varphi) = M_{r,r} - P_x R (1 - \cos \varphi) \quad (2)$$

剪切变形能相对比弯曲变形能与扭转变形能小得多, 故可忽略不计。取一微元体分析, 则微元体的变形能:

$$dU = dU_1 + dU_2$$

微元体的弯曲变形能:

$$dU_1 = \frac{M_x^2(\varphi)}{2EI(\varphi)} R d\varphi$$

微元体的扭转变形能:

$$dU_2 = \frac{M_r^2(\varphi)}{2GI_x(\varphi)} R d\varphi$$

考虑环臂为等截面矩形的情况, 则  $I_x(\varphi) = I_x = \beta ab^3 = \text{常数}$ ,  $I(\varphi) = I = \frac{ab^3}{12} = \text{常数}$ , 其中  $a$  为环臂宽,  $b$  为环臂厚,  $\beta$  是一个与  $a/b$  有关的常数, 可查有关材料力学手册求得。

则环臂的变形能为:

$$U = \int_0^\alpha \left( \frac{M_x^2(\varphi)}{2EI} + \frac{M_r^2(\varphi)}{2GI_x} \right) R d\varphi$$

由卡氏定理可知

$$\theta_{r,x} = \frac{\partial U}{\partial M_{r,x}} = \int_0^\alpha \frac{M_x(\varphi)}{EI} \frac{\partial M_x}{\partial M_{r,x}} R d\varphi \quad (3)$$

而  $\theta_{r,x} = 0$ , 又由式(1)得

$$\frac{\partial M_x}{\partial M_{r,x}} = 1$$

因此由式(3)可求得约束弯矩

$$M_{r,x} = -\frac{P_x R}{\alpha} (1 - \cos \alpha) \quad (4)$$

同样可求得约束扭矩

$$M_{r,r} = \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha - \sin \alpha) \quad (5)$$

把式(4)、(5)分别代入式(1)、(2)得

$$M_x(\varphi) = \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha \sin \varphi + \cos \alpha - 1) \quad (6)$$

$$M_r(\varphi) = \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha \cos \varphi - \sin \alpha) \quad (7)$$

下面采用附加力法, 求取环臂的挠曲线方程, 在 $\varphi$ 处加一虚载荷  $\bar{P}$  (见图2), 则  $\varphi_1$  ( $\varphi \leq \varphi_1 \leq \alpha$ )、 $\varphi_2$  ( $0 \leq \varphi_2 < \varphi$ ) 处弯矩、扭矩分别为:

$$\left\{ \begin{aligned} M_x(\varphi_1) &= \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha \sin \varphi_1 + \cos \alpha - 1) \\ &\quad + \bar{P} R \sin(\varphi_1 - \varphi) \\ M_x(\varphi_2) &= \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha \sin \varphi_2 + \cos \alpha - 1) \\ M_r(\varphi_1) &= \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha \cos \varphi_1 - \sin \alpha) \\ &\quad - \bar{P} R [1 - \cos(\varphi_1 - \varphi)] \\ M_r(\varphi_2) &= \frac{P_x R}{\alpha} (\alpha \cos \varphi_2 - \sin \alpha) \end{aligned} \right. \quad (8)$$

分别对  $\bar{P}$  求导得

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial M_x(\varphi_1)}{\partial \bar{P}} &= R \sin(\varphi_1 - \varphi) \\ \frac{\partial M_x(\varphi_2)}{\partial \bar{P}} &= 0 \\ \frac{\partial M_r(\varphi_1)}{\partial \bar{P}} &= -R [1 - \cos(\varphi_1 - \varphi)] \\ \frac{\partial M_r(\varphi_2)}{\partial \bar{P}} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (9)$$

由卡氏定理得  $\varphi$  处的挠度

$$\begin{aligned} f(\varphi) = \frac{\partial U}{\partial \bar{P}} &= \int_0^\alpha \left[ \frac{M_r(\varphi_2)}{GI_x} \frac{\partial M_r(\varphi_2)}{\partial \bar{P}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_x(\varphi_2)}{EI} \frac{\partial M_x(\varphi_2)}{\partial \bar{P}} \right] R d\varphi_2 \\ &\quad + \int_\varphi^\alpha \left[ \frac{M_r(\varphi_1)}{GI_x} \frac{\partial M_r(\varphi_1)}{\partial \bar{P}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_x(\varphi_1)}{EI} \frac{\partial M_x(\varphi_1)}{\partial \bar{P}} \right] R d\varphi_1 \end{aligned}$$

$$+\frac{M_n(\varphi_1)}{EI} \frac{\partial M_n(\varphi_1)}{\partial \bar{P}}] R d\varphi_1$$

令  $\bar{P}=0$ , 把式 (8)、(9) 代入上式, 并积分得:

$$\begin{aligned} f(\varphi) = & P_s R^3 \left\{ \frac{1}{EI} \left[ \left( \frac{1}{a} - \frac{\cos \alpha}{a} \right) \right. \right. \\ & \times (\cos(\alpha - \varphi) - 1) + \cos \varphi \frac{\alpha - \varphi}{2} \\ & \left. \left. - \frac{1}{4} (\sin(2\alpha - \varphi) - \sin \varphi) \right] \right. \\ & + \frac{1}{GI_s} \left[ \sin \varphi - \sin \alpha + \sin \alpha \frac{\alpha - \varphi}{a} \right. \\ & + \frac{1}{a} \sin \alpha \sin(\varphi - \alpha) + \cos \varphi \frac{\alpha - \varphi}{2} \\ & \left. \left. + \frac{\sin(2\alpha - \varphi) - \sin \varphi}{4} \right] \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

#### 4 环臂刚度、等效质量的求取

令  $\varphi = 0$  并代入式(10), 得 B 处的挠度:

$$\begin{aligned} f_s = & P_s R^3 \left\{ \frac{1}{EI} \left[ \frac{\alpha}{2} - \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{a} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right] \right. \\ & \left. + \frac{1}{GI_s} \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin^2 \alpha}{a} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

环臂的刚度:

$$\begin{aligned} K = & P_s / f_s = R^{-3} \left\{ \frac{1}{EI} \left[ \frac{\alpha}{2} - \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{a} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right] + \frac{1}{GI_s} \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin^2 \alpha}{a} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \right\}^{-1} \quad (12) \end{aligned}$$

由瑞利法可知, 环臂的形状函数为:

$$F(\varphi) = f(\varphi) / f_s \quad (13)$$

把式 (10)、(11) 代入式 (13), 可知  $F(\varphi)$  是一个仅包含自变量  $\varphi$  的函数, 因此, 可求得

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\frac{36M_s^2}{a^2 b^4} + \frac{4M_r^2}{\gamma^2 a^2 b^4}}$$

$$= \frac{2P_{s,max} R}{a b^2} \sqrt{9(\alpha \sin \varphi + \cos \alpha - 1)^2 + \frac{1}{\gamma^2} (\alpha \cos \varphi - \sin \alpha)^2} \quad (15)$$

环臂的等效质量:

$$m_s = \rho a b \int_0^\alpha F^2(\varphi) R d\varphi \quad (14)$$

式中  $\rho$  —— 环臂密度

式 (14) 由于项数过多, 积分复杂, 故采用数值积分。通过编程计算, 很容易求得  $m_s$ 。

#### 5 环臂的应力分析

根据第三强度理论, 要求

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

如果阀片两侧均有升程垫片, 则  $[\sigma]$  为对称循环许用应力, 如果只是一侧有升程垫片, 则  $[\sigma]$  为脉动循环许用应力。

由于环臂截面是矩形, 根据环臂的受力特点, 可知环臂截面长边中点的应力比其它点要大, 其弯曲应力为:

$$\sigma = \frac{M_s}{\frac{1}{6} a b^2}$$

扭剪应力为:

$$\tau = \frac{M_r}{\gamma a b^2}$$

式中  $\gamma$  是一个与  $a/b$  有关的常数, 可查有关材料力学手册求得。

由式 (11) 可知, 当  $f_s = H$  时 (这里  $H$  为环臂 B 端偏离平衡位置最大位移值), 如果阀片只有一侧存在升程垫片, 则  $H$  即为升程, 则最大约束力为:

$$\begin{aligned} P_{s,max} = & H R^{-3} \left\{ \frac{1}{EI} \left[ \frac{\alpha}{2} - \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{a} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right] + \frac{1}{GI_s} \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin^2 \alpha}{a} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \right\}^{-1} \end{aligned}$$

由式 (6)、(7) 可得

表 1

结 果 环臂参数	$\beta$	$\gamma$	$K$ (N/m)	$m_e$ (g)	$\varphi$ (rad)	$(\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})_{\max}$ (Pa)
$\alpha = \pi \text{rad}, b = 1 \text{mm}$	0.32	0.32	1313.9	3.81	$\pi$	$7.40 \times 10^7$
$\alpha = \pi \text{rad}, b = 2 \text{mm}$	0.30	0.30	9990.7	7.69	$\pi$	$1.48 \times 10^8$
$\alpha = 2\pi \text{rad}, b = 1 \text{mm}$	0.32	0.32	339.15	6.30	$0, \pi, 2\pi$	$1.63 \times 10^7$
$\alpha = 2\pi \text{rad}, b = 2 \text{mm}$	0.30	0.30	2642.2	12.6	$0, \pi, 2\pi$	$3.39 \times 10^7$

通过编程计算, 很容易求得最大应力处角  $\varphi$ , 及  $(\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})_{\max}$ 。

### 6 计算举例

笔者编制了相应的计算机程序, 输入有关数据, 便能方便、快速地求出环臂的刚度、等效质量、最大应力处角  $\varphi$  以及  $(\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})_{\max}$ 。利用此程序, 对具有不同  $b$ 、 $\alpha$  值的四个环臂进行了计算, 四个环臂的其它参数为:  $R=50\text{mm}$ ,  $a=13\text{mm}$ ,  $E=206\text{GPa}$ ,  $G=79.4\text{GPa}$ ,  $\rho=7.8 \times 10^3\text{kg/m}^3$ ,  $H=2\text{mm}$ 。计算结果见表 1。

## 本 刊 征 稿 启 事

### 1 专业范围

压缩机、风机、泵、阀门与管道、分离机械、流体密封、喷射设备、制冷机(包括空调、冰箱), 以下简称“流体机械”。

### 2 报道重点

本刊根据广大读者的要求, 将产品开发和应用技术作为本刊的重点, 把实用性和综合性作为本刊的特色, 以便更好地为经济建设服务。为此, 欢迎工作在科研、生产第一线的工程技术人员以及现场操作、管理和维修人员踊跃投稿。

### 3 征稿内容

(1) 有关流体机械的试验研究成果及其转化应用。

(2) 有关流体机械的新产品、新材料、新工艺的开发和应用。

### 7 结论

通过式(12)、(13)能较精确地求得环臂的刚度和等效质量, 有助于较精确地模拟网状阀的运动规律。

通过对式(12)分析可知,  $K$  与  $ab^3/R^3$  近似成正比, 通过对式(15)分析, 可知  $(\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})_{\max}$  与  $Hb/R^2$  近似成正比。减小环臂厚度, 能最有效地降低环臂的刚度, 同时又能减少环臂的应力。另外, 增大环臂所对应的圆心角, 也能使环臂的刚度和应力降低。

(3) 流体机械产品的设计计算、制造工艺、使用维修技术以及机电一体化。

(4) 流体机械的减振、降噪、防腐及节能技术。

(5) 流体机械的产品检测、运行监控、故障分析及处理技术。

(6) 引进流体机械产品的技术分析、使用经验及其国产化研究。

(7) 有关流体机械标准规范的编制说明及其贯彻方法。

(8) 国内外技术研究进展、发展动态、文献资料介绍以及技术经济信息。

### 4 投稿地址

安徽合肥市蜀山路 136 号机械部通用机械研究所《流体机械》编辑部。邮编 230031。